

В.М. Усков¹, И.В. Теслинов², Т.В. Маркова³
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ
МЕДИЦИНСКИХ СИСТЕМ КАК ЭЛЕМЕНТ
ТЕХНОЛОГИИ СИМУЛЯЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

¹ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»;

²ФГБОУ ВО ВГМУ им. Н.Н. Бурденко Минздрава России;

³598 поликлиника Московского военного округа

Резюме. Математическая модель является результатом четкого описания рассматриваемого процесса. Любое количественное изучение процесса возможно лишь в том случае, если определяются те величины, которые в полной мере характеризуют процесс с количественной точки зрения.

Ключевые слова: математическое моделирование, случайные величины, набор признаков, медицинские системы.

Актуальность. Под моделированием понимается исследование процесса на моделях. Математическая модель может являться результатом формализации процесса, то есть построения четкого описания процесса с определённой степенью приближения к действительности [1, 2].

При изучении любого процесса методом моделирования основной задачей является в первую очередь построение математического описания (математической модели) изучаемого процесса.

Материал и методы исследования. Процессом функционирования системы проходит при последовательной смене необходимых состояний изучаемой системы во времени. Любое количественное изучение процесса (а тем более построение математической модели) возможно в случае, если определяются те величины, которые в полной мере характеризуют процесс с количественной точки зрения. Поэтому каждое состояние системы, соответствующее фиксированному моменту времени, описывается следующей формулой $Y=(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, выражающей основные свойства системы с требуемым приближением к действительности. При переходе от одного мгновенного состояния системы к другому значения величин Y в общем случае меняются [2]. Характеристики процесса можно также определять как координаты точки в n -мерном пространстве, где каждому мгновенному состоянию процесса соответствует определенная точка.

Случайный характер протекания процесса чаще всего объясняется действием на его элементы случайных изменений, возникающих внутри системы или вне ее, или случайным характером исходной информации, перерабатываемой системой в процессе функционирования [3, 4, 5, 6, 7].

Полученные результаты и их обсуждение. Не всегда признак, оказавшийся наиболее важным при одномерном рассмотрении, обнаруживает те же свойства при использовании многомерного критерия. Причем может возникнуть даже такая ситуация: на отдельно взятые признаки, выделенные факторы не оказывают значимого влияния, и поэтому при традиционном одномерном подходе эти признаки могут быть

исключены из содержательного анализа. Однако при их рассмотрении в совокупности порой получают чрезвычайно выразительные результаты.

Поставим общую математическую задачу следующим образом: имеются объекты, характеризуемые набором случайных величин y_1, y_2, \dots, y_p (многомерный вектор) с матрицей ковариаций (априори известной, либо оцененной по выборочным данным) и математическими ожиданиями, равными нулю. Это означает, что переменные y_i - стандартизованы [3, 4]. В нашем случае объектами являются пациенты с установленным острым коронарным синдромом и классифицированные по двум факторам – лечебной процедуре (группа) и день с начала назначения лечения (день).

Цель математического исследования состоит в качественном описании и выявлении явных отличительных признаков, изучаемых совокупностей, на основе данных наблюдений множества Y .

Матрица данных является основой прикладного многомерного анализа. Она представляет собой количественное выражение интересующего исследователя явления. Чтобы адекватно отражать изучаемую проблематику эта матрица должна содержать достаточное количество информации. При формализации задачи следует определить набор признаков, отражающих изучаемое явление. Все переменные измерить не представляется возможным, поэтому приходится использовать те или иные способы предварительного отбора [3, 4].

При использовании объекта или признака, их условно называют матрицей «объект-свойство» или «объект-признак» и применяют прямоугольную таблицу, которая состоит из значений признаков свойств выборки наблюдений. В данной таблице одно наблюдение записывается в виде отдельной строки, которая состоит из значений используемых признаков, а каждый отдельный признак в такой матрице представлен столбцом, состоящим из значений этого признака.

Каждому из n объектов соответствует p переменных:

Переменная	Индивидуум			
	1	2	...	n
Y_1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
Y_p	Y_{p1}	Y_{p2}	...	Y_{pn}

Пусть вектор $Y_i^{n \times 1} = (Y_{i1}, \dots, Y_{in})'$ соответствует n независимым измерениям i -й переменной, $i = 1, \dots, p$. Для каждого такого вектора Y_i соответствует одномерная линейная модель.

$$E(Y_i) = X' \beta_i, \quad \text{cov}(Y_i) = \sigma_{ii} I. \quad (1)$$

Здесь $(X')^{n \times m}$ – матрица ранга $r \leq m < n$, σ_{ii} – дисперсия i -й переменной и $\beta_i^{m \times 1} = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{im})$ – вектор из m -неизвестных параметров, которые соответствуют

каждой переменной. Далее, r -линейные модели, которые задаются формулами (1), вместе, составляют обобщенную многомерную линейную модель. При этом матрица одинакова для всех переменных, а векторы β_i могут быть различны. Зависимость переменных определяются формулой

$$\text{cov}(Y_i, Y_j) = \sigma_{ij} I, \quad i, j = 1, \dots, p, \quad (2)$$

где σ_{ij} – ковариация между i -й и j -й переменными. И наконец, предполагается, что $p \leq n - r$ и $m < n$. Модель, задаваемую соотношениями (1) и (2), представляется в виде

$$Y = X' \beta = e, \quad (3)$$

где

$$Y^{n \times p} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} & \dots & Y_{p1} \\ Y_{12} & Y_{22} & \dots & Y_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{1n} & Y_{2n} & \dots & Y_{pn} \end{bmatrix}$$

- матрица значений откликов,

(X') ^{$n \times m$} - матрица ранга r и

$$\beta^{m \times p} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} & \dots & \beta_{p1} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \dots & \beta_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{1m} & \beta_{2m} & \dots & \beta_{pm} \end{bmatrix}$$

- матрица неизвестных параметров.

И наконец, $e^{n \times p}$ - матрица, строки которой составляют случайную выборку размера n из невырожденного p -мерного распределения $N(0, \Sigma)$, где $\Sigma^{p \times p}$ – ковариационная матрица, а $0^{p \times 1}$ – нулевой вектор. Уравнение (3) является записью многомерной обобщенной линейной модели.

Оценкой β_i служит МНК-оценка, которая использует наблюдения только переменной Y_i [2]. В результате, аналогично одномерной линейной модели, оценка параметра получается в результате решения системы нормальных уравнений

$$(XX') \beta_i = XY_i, \quad (4)$$

где $i = 1, \dots, p$.

Выводы. Начало изучения какого-либо объекта характеризуется недостатком определённого набора информации о существующих в объекте зависимостях между исследуемыми переменными. Это означает, что кроме проверки наличия существенности предполагаемых зависимостей, с помощью статистических методов

может быть установлено наличие ранее неизвестных зависимостей. Умение использовать новые зависимости позволяет генерировать новые гипотезы о механизмах исследуемых факторов воздействия на изучаемые системы.

Литература.

1. Анфилатов В.С. Системный анализ в управлении: Учебное пособие / В.С. Анфилатов, А.А. Емельянов, А.А. Кукушкин; Под ред. А.А. Емельянова. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.
2. Афифи А., Эйзен С. Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ. – М.: Мир. 1982. 488 с.
3. Применение дибикора у больных артериальной гипертонией при сочетании с сахарным диабетом 2 типа / Усков В.В., Золоедов В.И., Усков В.М. //Кардиоваскулярная терапия и профилактика. 2014. Т. 13. № S2. С. 117-117а.
4. Усков В.М. Методология применения статистического анализа результатов самоконтроля в оптимизации лечения больных сахарным диабетом/ С.Х. Шамсутдинов, В.В. Адиянов // Системный анализ и управление в биомедицинских системах. Журнал практической и теоретической биологии и медицины. Москва: Т. 8, № 3, 2009, стр. 723-727.
5. Усков В.М., Теслинов И.В. Воспитание моральной и психологической подготовленности у студентов и курсантов специализированных учебных заведений // Научно-медицинский вестник Центрального Черноземья. 2015. № 59. С. 144-148
6. Усков В.М., Теслинов И.В., Маркова Е.В. Научно-психологический анализ в оценке проблемы самосознания // Пожарная безопасность: проблемы и перспективы. 2016. Т. 2. № 1 (7). С. 213-215.
7. Усков В.М. Статистический контроль эффективности лечения артериальной гипертензии у больных с ожирением / В.М. Усков, Е.В. Маркова, В.И. Золоедов III // Международный форум кардиологов и терапевтов. 24-26 марта 2014, г. Москва. Материалы форума. Кардиоваскулярная терапия и профилактика. 2014; 13 (март). С. 119.

Abstract.

V. M. Uskov, I.V. Teslinov, T.V. Markova

MATHEMATICAL MODELING AS THE PROCESS OF APPROXIMATION TO REALITY IN THE STUDY OF THE PERFORMANCE OF HEALTH SYSTEMS

*air force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin", Voronezh;
Voronezh state medical University; 598 polyclinic of the Moscow military district*

The mathematical model can appear as a result of the accurate formal description of rasmtarivayemy process. Any quantitative studying of process possibly only in case those sizes which fully characterize process from the quantitative point of view are defined.

Keywords: Mathematical modeling, random variables, feature set, medical systems.

References.

1. Anfilatov V. S. The system analysis in management: Manual / V. S. Anfilatov, A.A. Yemelyanov, A.A. Kukushkin; Under A.A. Yemelyanov's edition. – М.: Finance and statistics, 2002. – 368 pages.
2. Afif And., Eyzen S. Statisticheskyy analysis. Approach with use of the COMPUTER. – М.: World. 1982. 488 pages.
3. Uskov V. M. Algorithmization of actions for treatment of patients with diabetes on the basis of modern methods of planning of experiment / V. M. Uskov, S.H. Shamsutdinov, V. V. Adianov//the System analysis and management in biomedical systems. Magazine of practical and theoretical biology and medicine. Moscow: T. 8, No. 3, 2009, S. 618-622.
4. Uskov of V. M. Metodologiya of application of the statistical analysis of results of self-checking in optimization of treatment of patients with sugar diabetes / Page X. Shamsutdinov, V. V. Adianov//the System analysis and management in biomedical systems. Magazine of practical and theoretical biology and medicine. Moscow: T. 8, No. 3, 2009, S. 723-727.
5. Uskov V. M., Teslinov I. V. Education of moral and psychological readiness of students and cadets of specialized educational institutions. Scientific and medical Bulletin of the Central Chernozem region. 2015. No. 59. С. 144-148

6. Uskov V. M., Teslinov I. V., Markova E. V. Scientific and psychological analysis in the assessment of the problem of self-consciousness. Fire safety: problems and prospects. 2016. Vol.2. No. 1 (7). С. 213-215.

7. Uskov V. M. Statistichesky control of efficiency of treatment of arterial hypertension at patients with obesity / V. M. Uskov, E.V. Markova, V. I. Zoloyedov of III//the International forum of cardiologists and therapists. On March 24-26, 2014, Moscow. Forum materials. Cardiovascular therapy and prevention. 2014; 13 (March). Page 119.

Сведения об авторах: Усков Валентин Михайлович – доктор медицинских наук, профессор. Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж; ym.uskov.card@mail.ru; Теслинов Игорь Владимирович – кандидат медицинских наук, ассистент. Воронежский государственный медицинский университет им. Н.Н. Бурденко; Маркова Татьяна Валерьевна – ординатор, 598 поликлиника Московского военного округа Министерства обороны Российской Федерации, г. Воронеж, Россия